

13 Allerlei formules

Voorkennis Periodieke verschijnselen

Bladzijde 49

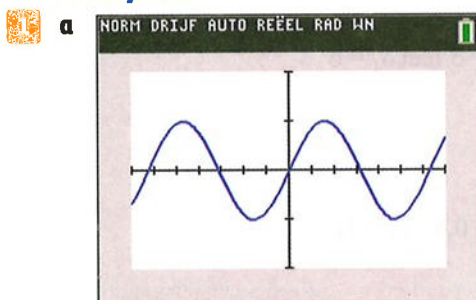
- 1 a periode = 6, evenwichtsstand = $\frac{20 + (-10)}{2} = 5$ en amplitude = $20 - 5 = 15$
 b periode = 2, evenwichtsstand = $\frac{500 + 100}{2} = 300$ en amplitude = $500 - 300 = 200$

Bladzijde 50

- 2 $22 - 5 \cdot 4 = 2$, dus h op $t = 22$ is gelijk aan h op $t = 2$ en dat is 1.
 $33 - 8 \cdot 4 = 1$, dus h op $t = 33$ is gelijk aan h op $t = 1$ en dat is 3.
 $35 - 8 \cdot 4 = 3$, dus h op $t = 35$ is gelijk aan h op $t = 3$ en dat is -1.
 $1002 - 250 \cdot 4 = 2$, dus h op $t = 1002$ is gelijk aan h op $t = 2$ en dat is 1.
- 3 a De periode is 20 uur.
 b Na 140 uur is de helderheid 70% en na 6 dagen = 144 uur is de helderheid 94%.
 c De overgang van maximale naar minimale helderheid duurt 16 uur en de overgang van minimale naar maximale helderheid duurt 4 uur.
 d De helderheid is gedurende 7 uren achterelkaar meer dan 80%.
 e Op 2 maart kan zij om 1:00 uur en om 21:00 uur maximale helderheid waarnemen.
 Op 6 maart kan zij om 5:00 uur maximale helderheid waarnemen.

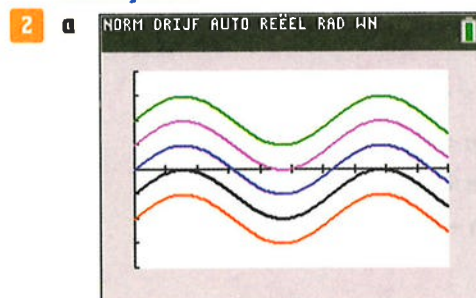
13.1 Sinusoïden

Bladzijde 51

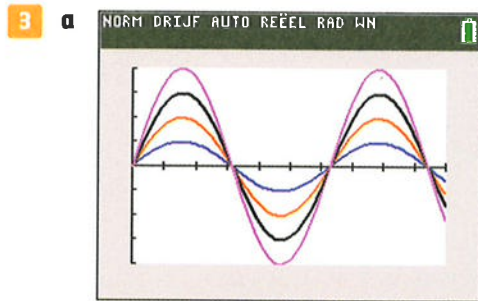


- b De toppen zijn $(-4,71; 1)$, $(-1,57; -1)$, $(1,57; 1)$ en $(4,71; -1)$.
 c De snijpunten met de x -as zijn $(-6,28; 0)$, $(-3,14; 0)$, $(0; 0)$, $(3,14; 0)$ en $(6,28; 0)$.
 d periode $\approx 6,28$ (dat is 2π), evenwichtsstand = $\frac{1 + (-1)}{2} = 0$ en amplitude = $1 - 0 = 1$

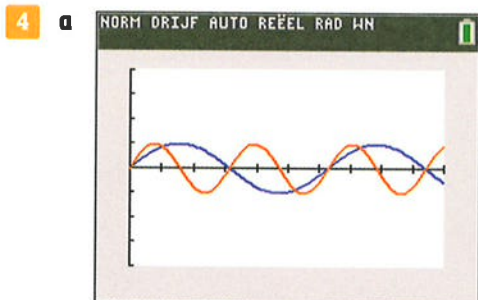
Bladzijde 52



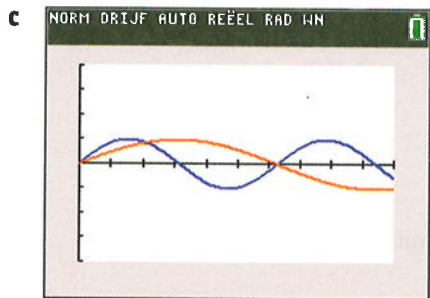
- b De grafiek van $y = a + \sin(x)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand a omhoog te verschuiven.
 c periode = 2π , evenwichtsstand = a en amplitude = 1



- b** De grafiek van $y = b \sin(x)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ te herschalen in verticale richting met factor b .
c periode = 2π , evenwichtsstand = 0 en amplitude = b



- b** periode = π , evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1



- d** periode = 4π , evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1
e Van $y = \sin(4x)$ is de periode $\frac{1}{2}\pi$.
 Van $y = \sin(5x)$ is de periode $\frac{2}{5}\pi$.
 Van $y = \sin(cx)$ is de periode $\frac{2\pi}{c}$.

Bladzijde 54

- 5** De periode, de evenwichtsstand en de amplitude zijn achtereenvolgens

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| a $2\pi, 5, 1$ | d $\frac{2}{3}\pi, 0, 8$ | g $8\pi, 3, 6$ |
| b $2\pi, 0, 5$ | e $\frac{2}{3}\pi, 8, 1$ | h $\frac{1}{2}, 5, 2$ |
| c $\frac{2}{5}\pi, 0, 1$ | f $2\pi, 3, 8$ | i $6\pi, 7, 2$ |

6 a $a = 100, b = 8$ en $c = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10$

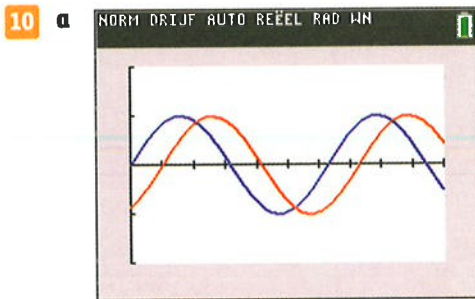
b $a = 850, b = 48$ en $c = \frac{2\pi}{8} = \frac{1}{4}\pi$

7 $y = 100 + 80 \sin\left(\frac{2\pi}{10}x\right)$ oftewel $y = 100 + 80 \sin\left(\frac{1}{5}\pi x\right)$

8 a amplitude = 10, evenwichtsstand = 15 en periode = 8

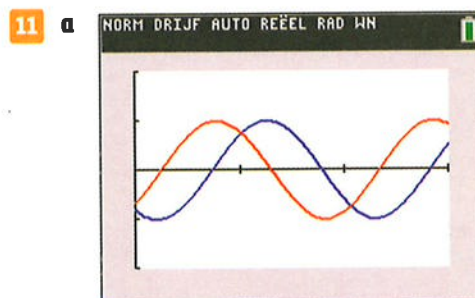
b $y = 15 + 10 \sin\left(\frac{2\pi}{8}x\right)$ oftewel $y = 15 + 10 \sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right)$

9 $h = 10H$ en $t = 60T$ invullen geeft
 $10H = 20 + 15 \sin(0,1 \cdot 60T)$
 $H = 2 + 1,5 \sin(6T)$



De grafiek van $y = \sin(x - 1)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand 1 naar rechts te verschuiven.

- b** De grafiek van $y = \sin(x - d)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand d naar rechts te verschuiven.
c periode = 2π , evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1

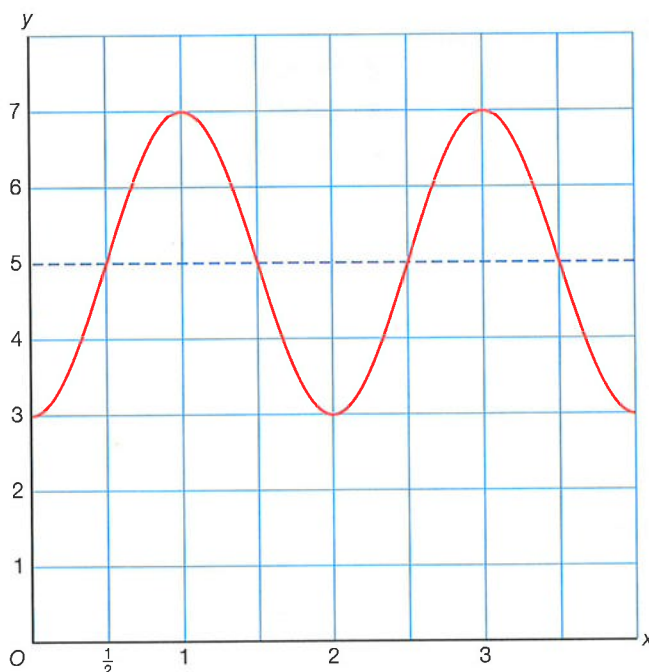


- b** De optie nulpunt geeft $x = 0,73$, dus $(0,73; 0)$.
c De optie nulpunt geeft $x \approx 0,24$, dus $(0,24; 0)$.
d In de formule van y_1 .

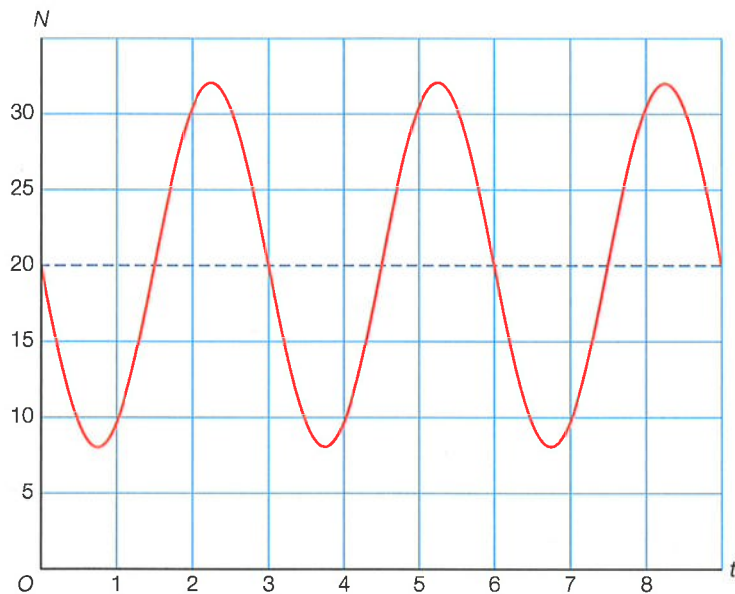
Bladzijde 56

- 12** Dat zie je aan π , want dit geeft de periode $\frac{2\pi}{\pi} = 2$, dus in de periode komt geen π meer voor.

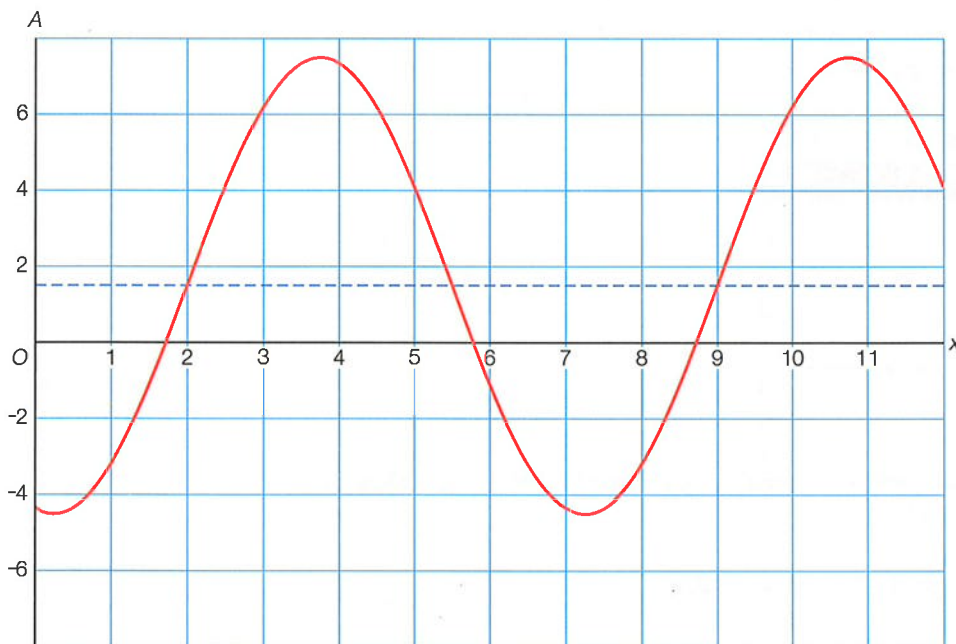
- 13** evenwichtsstand = 5
 amplitude = 2
 periode = $\frac{2\pi}{\pi} = 2$
 stijgend door $(\frac{1}{2}, 5)$



- 14 a** evenwichtsstand = 20
 amplitude = 12
 periode = $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$
 stijgend door $(1\frac{1}{2}, 20)$



- b** evenwichtsstand = 1,5
 amplitude = 6
 periode = $\frac{2\pi}{(\frac{2\pi}{7})} = 7$
 grafiek gaat stijgend door $(2; 1,5)$



13.2 Toepassingen van sinusoiden

Bladzijde 58

- 15 a** evenwichtsstand = $\frac{5+1}{2} = 3$
 amplitude = $5 - 3 = 2$
 periode = 3

b $a = 3$
 $b = 2$
 $c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$
 $d = 1$

- 16** De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand bij $t = 5$, dus $d = 5$ kan ook.

Bladzijde 59

17 a $a = \frac{3,5 + 0,5}{2} = 2$
 $b = 3,5 - 2 = 1,5$

De periode is $4,5 - 1,5 = 3$, dus $c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij $x = 1,5$, dus $d = 1,5$.

Dus $y = 2 + 1,5 \sin(\frac{2}{3}\pi(x - 1,5))$.

b $a = \frac{4 + -2}{2} = 1$
 $b = 4 - 1 = 3$

De periode is $5 - 2 = 3$, dus $c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij $x = 2$, dus $d = 2$.

Dus $y = 1 + 3 \sin(\frac{2}{3}\pi(x - 2))$.

18 $a = \frac{175 + 25}{2} = 100$

$b = 175 - 100 = 75$

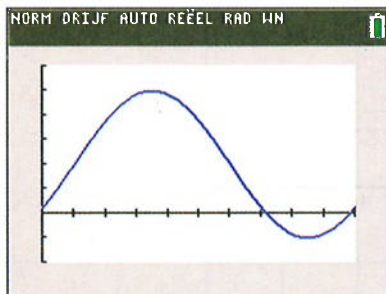
Door de evenwichtsstand bij opvolgend $t = 4$ en $t = 9$.

De halve periode is $9 - 4 = 5$, dus periode = 10 en dit geeft $c = \frac{2\pi}{10} = \frac{1}{5}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij $t = 4$, dus $d = 4$.

Dus $N = 100 + 75 \sin(\frac{1}{5}\pi(t - 4))$.

19 a Voer in $y_1 = 2 + 3 \sin(\frac{1}{5}\pi(x - 1))$.



De optie maximum geeft $x = 3,5$ en $y = 5$, dus het hoogste punt is $(3,5; 5)$.

b $x = 1,8$ geeft $y \approx 3,45$

c Voer in $y_2 = 3,6$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,90$ en $x \approx 5,10$.

Bladzijde 60

- 20** De sinusöïde daalt het snelst als de grafiek dalend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $x = 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 8 = 5,5$.

21 a evenwichtsstand = -2
periode = $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$

De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt $(3, -2)$.

- b** $N_{\max}$ voor $t = 3 + \frac{1}{4} \cdot 4 = 4$
 $N_{\max} = -2 + 7 = 5$
c $N_{\min}$ voor $t = 3 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 6$
 $N_{\min} = -2 - 7 = -9$

22 a $y_{\max} = 5 + 2 = 7$

periode $= \frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = 5$

$y_{\max}$ voor $x = 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 5 = 2,05$

b $y_{\min} = 5 - 2 = 3$

$y_{\min}$ voor $x = 0,8 + \frac{3}{4} \cdot 5 = 4,55$

c Voer in $y_1 = 5 + 2 \sin(\frac{2}{5}\pi(x - 0,8))$.
 $x = 4,62$ geeft $y \approx 3,01$.

d Voer in $y_2 = 6$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,22$ en $x \approx 2,88$.

e $x = 0$ geeft $y \approx 3,31$

f De helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} \approx -1,60$.

g De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0,8} \approx 2,51$.

Bladzijde 61

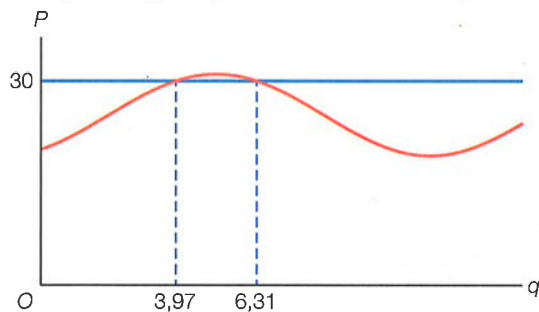
23 a $P = 25 + 6 \sin(\frac{1}{2}q - 1) = 25 + 6 \sin(\frac{1}{2}(q - 2))$
 $P_{\max} = 25 + 6 = 31$
periode $= \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

$P_{\max}$ voor $q = 2 + \frac{1}{4} \cdot 4\pi \approx 5,14$

b $P_{\min} = 25 - 6 = 19$

$P_{\min}$ voor $q = 2 + \frac{3}{4} \cdot 4\pi \approx 11,42$

c Voer in $y_1 = 25 + 6 \sin(\frac{1}{2}x - 1)$ en $y_2 = 30$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 3,97$ en $x \approx 6,31$.



Dus $P > 30$ voor $3,97 < q < 6,31$.

d De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 3$.

24 a $N_{\max} = 30,8 + 6,3 = 37,1$

periode $= \frac{2\pi}{\frac{2}{15}\pi} = 15$

$N_{\max}$ voor $t = 5,1 + \frac{1}{4} \cdot 15 = 8,85$

b $N_{\min} = 30,8 - 6,3 = 24,5$

$N_{\min}$ voor $t = 5,1 + \frac{3}{4} \cdot 15 = 16,35$

c $t = 7,2$ geeft $N = 35,65$

d Voer in $y_1 = 30,8 + 6,3 \sin(\frac{2}{15}\pi(x - 5,1))$ en $y_2 = 35$.
De optie snijpunt geeft $x = 6,842\dots$ en $x = 10,857\dots$
 $10,857\dots - 6,842\dots = 4,015\dots$

Dus N is 4 uur en 1 minuut, oftewel 241 minuten, groter dan 35.

- e De helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=10} \approx -1,22$.
- f De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5,1} \approx 2,64$.

- 25 a** $a = \text{evenwichtsstand} = \frac{\text{maximum} + \text{minimum}}{2} = \frac{10 + 4}{2} = 7$
 $b = \text{amplitude} = \text{maximum} - \text{evenwichtsstand} = 10 - 7 = 3$
- b** $\frac{1}{2}$ periode $= 5 - 1 = 4$, dus de periode is 8 en $c = \frac{2\pi}{\text{periode}} = \frac{2\pi}{8} = \frac{1}{4}\pi$.
- c** De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode nadat een laagste punt is bereikt, dus bij $t = 5 + \frac{1}{4} \cdot 8 = 7$. Dus een mogelijke waarde voor d is 7.
 Plotten van de grafiek van $y = 7 + 3 \sin(\frac{1}{4}\pi(x - 7))$ geeft inderdaad een sinusoidale waarvan (1, 10) en (5, 4) twee opeenvolgende toppen zijn.

Bladzijde 62

- 26** Bij $n = 110$ hoort $t = \frac{110}{30} = 3\frac{2}{3}$, dus $d = 3\frac{2}{3}$.
 De periode is 12 maanden, dus $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$.
 De formule is $T = 17 + 8 \sin(\frac{1}{6}\pi(t - 3\frac{2}{3}))$.
- 27 a** 1 maart heeft dagnummer 60 en 18 mei heeft dagnummer 138.
 Voer in $y_1 = 17 + 8 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(x - 110)\right)$.
 $x = 60$ geeft $y \approx 10,93$, dus op 1 maart is de gemiddelde dagtemperatuur $10,9^\circ\text{C}$.
 $x = 138$ geeft $y \approx 20,71$, dus op 18 mei is de gemiddelde dagtemperatuur $20,7^\circ\text{C}$.
- b** Voer in $y_2 = 12$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 70,78$ en $x \approx 331,72$.
 Bij $n = 71$ hoort 12 maart en bij $n = 332$ hoort 28 november.
 Dus tussen 12 maart en 28 november is de gemiddelde dagtemperatuur meer dan 12°C .
- c** De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat.
 Dat is bij $n = 110$.
 De grootste snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=110} \approx 0,14^\circ\text{C/dag}$.
- 28 a** De langste dag duurt $11,9 + 6,1 = 18$ uur.
 De periode is 365 dagen.
 L is maximaal voor $n = 80 + \frac{1}{4} \cdot 365 = 171,25$.
 Bij $n = 171$ hoort 20 juni, dus de langste dag valt op 20 juni.
- b** Het verschil is $2 \cdot 6,1 = 12,2$ uur $= 12$ uur en $0,2 \cdot 60 = 12$ minuten.
- c** 1 maart heeft dagnummer 60.
 $n = 60$ geeft $L = 11,9 + 6,1 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(60 - 80)\right) = 9,841\dots$, dus 9 uur en $0,841\dots \cdot 60 \approx 50$ minuten.
- d** De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $n = 80$.
 De grootste snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=80} = 0,105\dots \text{uur/dag} = 3600 \cdot 0,105\dots \approx 378$ seconden/dag.
- 29 a** $a = \frac{16 + 8}{2} = 12$
 $b = 16 - 12 = 4$
 $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$
 $d = -1 + \frac{1}{4} \cdot 12 = 2$
- b** Voer in $y_1 = 12 + 4 \sin(\frac{1}{6}\pi(x - 2))$ en $y_2 = 15$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,619\dots$ en $x = 6,380\dots$.
 $6,380\dots - 3,619\dots = 2,760\dots$ maanden $= 2,760\dots \cdot 30 = 82,819\dots$ dagen.
 Dus gedurende 83 dagen is de daglengte meer dan 15 uur.

- c Bij 21 maart hoort $t = 2$ en bij 21 februari hoort $t = 1$.

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 2,09... \text{ en } \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=1} = 1,81...$$

Dus op 21 maart neemt de daglengte sneller toe dan op 1 februari.

- d Bij 1 april hoort $t = 2\frac{11}{30}$.

$$\text{De snelheid is } \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2\frac{11}{30}} = 2,055... \text{ uur/maand} = 2,055... \cdot 3600 : 30 \approx 247 \text{ seconden/dag.}$$

Bladzijde 63

- 30 a evenwichtsstand = $12 - 4 = 8$

amplitude = 4

periode = 15

Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode voor een hoogste punt, dus bij

$$x = 18 - \frac{1}{4} \cdot 15 = 14\frac{1}{4}.$$

$$\text{Dus } y = 8 + 4 \sin\left(\frac{2}{15}\pi(x - 14\frac{1}{4})\right).$$

- b amplitude = $812 - 650 = 162$

Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode voor een hoogste punt, dus bij

$$x = 16 - \frac{1}{4} \cdot 48 = 4.$$

$$\text{Dus } y = 650 + 162 \sin\left(\frac{2\pi}{48}(x - 4)\right) = 650 + 162 \sin\left(\frac{1}{24}\pi(x - 4)\right).$$

- c evenwichtsstand = $\frac{250 + 110}{2} = 180$

amplitude = $250 - 180 = 70$

De halve periode is $26 - 2 = 24$, dus de periode is 48.

Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode na een laagste punt, dus voor

$$x = 26 + \frac{1}{4} \cdot 48 = 38.$$

$$\text{Dus } y = 180 + 70 \sin\left(\frac{1}{24}\pi(x - 38)\right).$$

- 31 a De evenwichtsstand is $\frac{0,70}{2} = 0,35$.

De amplitude is $0,70 - 0,35 = 0,35$.

De periode is 10, dus $c = \frac{2\pi}{10} = \frac{1}{5}\pi$.

De grafiek gaat een kwart periode na het laagste punt stijgend door de evenwichtsstand, dus voor $x = 2,5$.

$$\text{Dit geeft } y = 0,35 + 0,35 \sin\left(\frac{1}{5}\pi(x - 2,5)\right).$$

- b Voer in $y_1 = 0,35 + 0,35 \sin\left(\frac{1}{5}\pi(x - 2,5)\right)$.

De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat.

Dat is bij $x = 2,5$.

$$\text{De maximale helling is } \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2,5} \approx 0,22.$$

- c Volgens Alex is de periode 14 m, dus $c = \frac{2\pi}{14} = \frac{1}{7}\pi$.

De grafiek gaat een kwart periode na het laagste punt stijgend door de evenwichtsstand, dus voor $x = 3,5$.

$$\text{Dus } y = 0,35 + 0,35 \sin\left(\frac{1}{7}\pi(x - 3,5)\right).$$

$$\text{Voer in } y_1 = 0,35 + 0,35 \sin\left(\frac{1}{7}\pi(x - 3,5)\right).$$

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3,5} = 0,157...$$

De maximale helling is groter dan 0,15, dus Alex heeft niet gelijk.

Bladzijde 64

- 32 a** Er geldt $a = 2,7$, $b = 6,8 - 2,7 = 4,1$, de halve periode is $7,5$, dus de periode is 15 en $c = \frac{2\pi}{15}$.

Zo krijg je de formule $h = 2,7 + 4,1 \sin(\frac{2}{15}\pi(x - d))$.

Voor $x = 0$ is $h = 0$. Dit invullen geeft $2,7 + 4,1 \sin(\frac{2}{15}\pi(0 - d)) = 0$.

Voer in $y_1 = 2,7 + 4,1 \sin(\frac{2}{15}\pi \cdot -x)$.

De optie nulpunt geeft $x = 1,716$, dus de formule is $h = 2,7 + 4,1 \sin(\frac{2}{15}\pi(x - 1,716))$.

Voer in $y_1 = 2,7 + 4,1 \sin(\frac{2}{15}\pi(x - 1,716))$.

De optie nulpunt geeft $x = 10,93\dots$, dus het huis is 11 meter breed.

- b** De x -waarde waar dit plafond 'begint' is $\frac{11 - 4,5}{2} = 3,25$.

$x = 3,25$ heeft $h = 5,156\dots$, dus het plafond bevindt zich op een hoogte van ongeveer $5,2$ m.

Dat is $5,2 - 2,7 = 2,5$ m boven de eerste verdieping.

Bladzijde 65

- 33 a** De evenwichtsstand is 7 meter.
De amplitude is 3 meter.
De minimale hoogte is $7 - 3 = 4$ meter en de maximale hoogte is $7 + 3 = 10$ meter.

- b** Voer in $y_1 = 3 \sin(\frac{1}{30}\pi x) + 7$ en $y_2 = 8$.
De optie snijpunt geeft (onder andere) $x = 3,245\dots$ en $x = 85,754\dots$
De lengte van het gebouw is $86,754\dots - 3,245\dots \approx 84$ meter.

- c** Stel $h = a + b \sin(c(x - d))$.

De evenwichtsstand is $\frac{8 + 4}{2} = 6$ meter, dus $a = 6$.

De amplitude is 2 meter, dus $b = 2$.

Uit de gegevens volgt dat $\frac{3}{4} \cdot \text{periode} = 48$ meter, dus de periode is $\frac{4}{3} \cdot 48 = 64$ meter.

Dit geeft $c = \frac{2\pi}{64} = \frac{1}{32}\pi$.

Kies de oorsprong zo dat $d = 0$.

Dit geeft $h = 6 + 2 \sin(\frac{1}{32}\pi x)$.

- 34** Stel $h = a + b \sin(c(x - d))$.

De evenwichtsstand is $\frac{12 + 4}{2} = 8$ meter, dus $a = 8$.

De amplitude is 4 meter, dus $b = 4$.

Uit de gegevens volgt dat $\frac{3}{4} \cdot \text{periode} = 50$ meter, dus de periode is $\frac{4}{3} \cdot 50 = 66\frac{2}{3}$ meter.

Dit geeft $c = \frac{2\pi}{66\frac{2}{3}} = 0,03\pi$.

De periode van het dak van de sporthal is 64 meter, dus het dak van de sporthal gaat $\frac{1}{4}$ periode rechts van het laagste punt door de evenwichtsstand, dat is dus

$\frac{1}{4} \cdot 64 = 16$ meter rechts van het laagste punt.

Dat is $50 + 16 = 66$ meter rechts van het punt waar het dak van de sporthal stijgend door de evenwichtsstand gaat.

Zo krijg je de formule $h = 8 + 4 \sin(0,03\pi(x + 66))$.

Omdat de periode $66\frac{2}{3}$ is, is ook $h = 8 + 4 \sin(0,03\pi(x - \frac{2}{3}))$ juist.

13.3 Formules herschrijven**Bladzijde 67**

- 35 a** $\frac{5}{x} \cdot \frac{6}{y} = \frac{5 \cdot 6}{xy} = \frac{30}{xy}$, dus uitkomst I is juist.

- b** $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{5y}{xy} + \frac{6x}{xy} = \frac{6x + 5y}{xy}$, dus uitkomst IV is juist.

Bladzijde 68

$$36 \quad a \quad y = \frac{x}{\left(\frac{200}{x^2}\right)} = x \cdot \frac{x^2}{200} = \frac{x^3}{200}$$

$$b \quad y = \frac{x}{\left(\frac{200}{x^2}\right)} = \frac{x \cdot x^2}{\frac{200}{x^2} \cdot x^2} = \frac{x^3}{200}$$

$$c \quad \text{Omdat } \frac{x^2}{x^2} = 1 \text{ is } \frac{\text{teller}}{\text{noemer}} \cdot \frac{x^2}{x^2} \text{ hetzelfde als } \frac{\text{teller}}{\text{noemer}} \cdot 1.$$

Bladzijde 69

$$37 \quad a \quad A = \frac{3}{x} \cdot \frac{5}{y} = \frac{15}{xy}$$

$$b \quad y = 5 + \frac{3}{x-2} = \frac{5}{1} + \frac{3}{x-2} = \frac{5(x-2)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{5(x-2)+3}{x-2} = \frac{5x-10+3}{x-2} = \frac{5x-7}{x-2}$$

$$c \quad N = \frac{500}{a} - 70 = \frac{500}{a} - \frac{70}{1} = \frac{500}{a} - \frac{70a}{a} = \frac{500-70a}{a}$$

$$d \quad D = \frac{350}{x} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \frac{350}{x} - \frac{350}{x} \cdot \frac{2}{x} = \frac{350}{x} - \frac{700}{x^2} = \frac{350x}{x^2} - \frac{700}{x^2} = \frac{350x-700}{x^2}$$

$$e \quad P = \frac{1}{t+1} - \frac{1}{t-1} = \frac{t-1}{(t+1)(t-1)} - \frac{t+1}{(t+1)(t-1)} = \frac{t-1-(t+1)}{(t+1)(t-1)} = \frac{t-1-t-1}{(t+1)(t-1)} = \frac{-2}{(t+1)(t-1)}$$

$$f \quad C = \frac{6000}{\left(\frac{2x}{x-4}\right)} = \frac{6000(x-4)}{\frac{2x}{x-4} \cdot (x-4)} = \frac{6000(x-4)}{2x} = \frac{3000(x-4)}{x} = \frac{3000x-12000}{x}$$

$$38 \quad a \quad N = \frac{100}{a} + \frac{200}{b} = \frac{100b}{ab} + \frac{200a}{ab} = \frac{200a+100b}{ab}$$

$$b \quad B = \frac{3}{2x} \cdot \frac{x^3}{5y} = \frac{3x^3}{10xy} = \frac{3x^2}{10y}$$

$$c \quad y = \frac{0,5}{x+3} - 0,2x = \frac{0,5}{x+3} - \frac{0,2x}{1} = \frac{0,5}{x+3} - \frac{0,2x(x+3)}{x+3} = \frac{0,5-0,2x(x+3)}{x+3} = \frac{0,5-0,2x^2-0,6x}{x+3}$$

$$d \quad P = \frac{380}{t^2} - \frac{40}{t} = \frac{380}{t^2} - \frac{40t}{t^2} = \frac{380-40t}{t^2}$$

$$e \quad E = \frac{150}{x} \cdot \frac{x-4}{x} = \frac{150}{x} \cdot \frac{x}{x-4} = \frac{150x}{x(x-4)} = \frac{150x}{x-4}$$

$$f \quad F = 8x \left(3 + \frac{5}{x^2}\right) = 24x + \frac{40x}{x^2} = \frac{24x}{1} + \frac{40}{x} = \frac{24x^2}{x} + \frac{40}{x} = \frac{24x^2+40}{x}$$

$$39 \quad a \quad \frac{15 + \frac{3}{x}}{x} = \frac{\left(15 + \frac{3}{x}\right) \cdot x}{x^2} = \frac{15x + \frac{3}{x} \cdot x}{x^2} = \frac{15x+3}{x^2}$$

$$b \quad \frac{20a}{b + \frac{a^2}{2b}} = \frac{20a \cdot 2b}{\left(b + \frac{a^2}{2b}\right) \cdot 2b} = \frac{40ab}{2b^2 + \frac{a^2}{2b} \cdot 2b} = \frac{40ab}{2b^2 + a^2}$$

$$c \quad \frac{\left(\frac{50}{x}\right)}{10} = \frac{\left(\frac{50}{x}\right) \cdot x}{10 \cdot x} = \frac{50}{10x} = \frac{5}{x}$$

$$d \quad \frac{50}{\left(\frac{10}{t}\right)} = 50 \cdot \frac{t}{10} = \frac{50t}{10} = 5t$$

$$e \quad p + 25 \cdot \frac{\left(\frac{100}{p}\right)}{5} = p + 25 \cdot \frac{\left(\frac{100}{p}\right) \cdot p}{5 \cdot p} = p + 25 \cdot \frac{100}{5p} = p + \frac{2500}{5p} = p + \frac{500}{p}$$

$$f \quad \frac{3 + \frac{2}{x}}{7 - \frac{1}{x}} = \frac{\left(3 + \frac{2}{x}\right) \cdot x}{\left(7 - \frac{1}{x}\right) \cdot x} = \frac{3x + \frac{2}{x} \cdot x}{7x - \frac{1}{x} \cdot x} = \frac{3x+2}{7x-1}$$

40 a $A = \frac{5x^2 + 4x + 3}{x} = \frac{5x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{3}{x} = 5x + 4 + \frac{3}{x}$
 b $T = \frac{3x^2 + 6x + 180}{4x} = \frac{3x^2}{4x} + \frac{6x}{4x} + \frac{180}{4x} = \frac{3}{4}x + 1\frac{1}{2} + \frac{45}{x}$
 c $y = \frac{5a^2 + 10a}{2a^2} = \frac{5a^2}{2a^2} + \frac{10a}{2a^2} = 2\frac{1}{2} + \frac{5}{a}$

41 a $A = 18 \cdot \frac{\left(\frac{500}{x}\right)}{10} + 25x = 18 \cdot \frac{\left(\frac{500}{x}\right) \cdot x}{10 \cdot x} + 25x = 18 \cdot \frac{500}{10x} + 25x = \frac{9000}{10x} + 25x = \frac{900}{x} + 25x$,
 dus $A = \frac{900}{x} + 25x$.
 b $T = \frac{50a}{\frac{a^2}{5b} + 2b} = \frac{50a \cdot 5b}{\left(\frac{a^2}{5b} + 2b\right) \cdot 5b} = \frac{250ab}{\frac{a^2}{5b} \cdot 5b + 10b^2} = \frac{250ab}{a^2 + 10b^2}$, dus $T = \frac{250ab}{a^2 + 10b^2}$.
 c $L = \left(21 + \frac{180}{\frac{a}{b} \cdot 20}\right) \cdot a = 21a + \frac{180a}{\frac{a}{b} \cdot 20} = 21a + \frac{180a \cdot b}{a \cdot 20 \cdot b} = 21a + \frac{180ab}{20a} = 21a + 9b$
 Dus $p = 21$ en $q = 9$.
 d $N = \frac{2t^2 - 5t + 50}{2t} = \frac{2t^2}{2t} - \frac{5t}{2t} + \frac{50}{2t} = t - 2\frac{1}{2} + \frac{25}{t}$

Bladzijde 70

42 a $A = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2}{p^2} - \frac{2p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2 - 2p - 1}{p^2}$
 b $B = \frac{6}{x} \cdot \frac{5}{x+y} : \frac{4}{x+y} = \frac{30}{x(x+y)} \cdot \frac{x+y}{4} = \frac{30(x+y)}{4x(x+y)} = \frac{15}{2x}$
 c $C = \frac{12x^7 + 6x^5 + 18x^3}{36x^5} = \frac{12x^7}{36x^5} + \frac{6x^5}{36x^5} + \frac{18x^3}{36x^5} = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{2x^2}$

43 a $y = 4x - 15$
 $4x = y + 15$
 $x = \frac{1}{4}y + 3\frac{3}{4}$
 b $Q = 5\sqrt{2p-3}$
 $\sqrt{2p-3} = \frac{1}{5}Q$
 $2p-3 = \left(\frac{1}{5}Q\right)^2$
 $2p-3 = \frac{1}{25}Q^2$
 $2p = \frac{1}{25}Q^2 + 3$
 $p = \frac{1}{50}Q^2 + 1\frac{1}{2}$
 c $y = 50x^{1,25}$
 $x^{1,25} = \frac{1}{50}y$
 $x = \left(\frac{1}{50}y\right)^{\frac{1}{1,25}}$
 $x = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{1}{1,25}} \cdot y^{\frac{1}{1,25}}$
 $x \approx 0,044y^{0,8}$
 Dus $x = 0,044y^{0,8}$.

d $A = 5 - \frac{12}{B+1}$
 $\frac{12}{B+1} = 5 - A$
 $B+1 = \frac{12}{5-A}$
 $B = \frac{12}{5-A} - 1$
 e $N = \frac{t+2}{t+4}$
 $N(t+4) = t+2$
 $Nt + 4N = t+2$
 $tN - t = -4N + 2$
 $t(N-1) = -4N + 2$
 $t = \frac{-4N+2}{N-1}$

Bladzijde 72

44 a $y = 4(x - 1) + 6$
 $y = 4x - 4 + 6$
 $y = 4x + 2$
 $4x = y - 2$
 $x = \frac{1}{4}y - \frac{1}{2}$

b $5x - 3y = 20$
 $5x = 3y + 20$
 $x = \frac{3}{5}y + 4$

c $y = \frac{1}{2}\sqrt{6x + 15}$
 $\sqrt{6x + 15} = 2y$
 $6x + 15 = 4y^2$
 $6x = 4y^2 - 15$
 $x = \frac{2}{3}y^2 - 2\frac{1}{2}$

d $y = 125(4x - 1)^3$
 $(4x - 1)^3 = \frac{1}{125}y$
 $4x - 1 = \left(\frac{1}{125}y\right)^{\frac{1}{3}}$
 $4x - 1 = \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$
 $4x = \frac{1}{5}y^{\frac{1}{3}} + 1$
 $x = \frac{1}{20}y^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}$

e $y = 0,2x^{1,6}$
 $x^{1,6} = 5y$
 $x = (5y)^{\frac{1}{1,6}}$
 $x = 5^{\frac{1}{1,6}} \cdot y^{\frac{1}{1,6}}$
 $x \approx 2,73y^{0,625}$
Dus $x = 2,73y^{0,625}$.

f $y = 5x^{-1,25}$
 $x^{-1,25} = \frac{1}{5}y$
 $x = \left(\frac{1}{5}y\right)^{-\frac{1}{1,25}}$
 $x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{1,25}} \cdot y^{-\frac{1}{1,25}}$
 $x \approx 3,62y^{-0,8}$
Dus $x = 3,62y^{-0,8}$.

Bladzijde 73

45 a $2t = \frac{6}{N-10} - 3$
 $t = \frac{3}{N-10} - 1\frac{1}{2}$

b $t = \frac{5}{2N-20} - 1\frac{1}{2}$
 $t = \frac{5}{2N-20} - \frac{1\frac{1}{2}(2N-20)}{2N-20}$
 $t = \frac{5 - 3N + 30}{2N-20}$
 $t = \frac{-3N + 35}{2N-20}$

c Bij gebruik van de wisseleigenschap krijg je $3a + 4 = \frac{2a-3}{F}$ en hieruit kun je a niet vrijmaken.

d $F = \frac{2a-3}{3a+4}$
 $2a - 3 = F(3a + 4)$
 $2a - 3 = 3aF + 4F$
 $2a - 3aF = 4F + 3$
 $a(2 - 3F) = 4F + 3$
 $a = \frac{4F + 3}{2 - 3F}$

46 a $Q = \frac{1-2p}{3p-5}$
 $Q(3p-5) = 1-2p$
 $3pQ - 5Q = 1-2p$
 $3pQ + 2p = 5Q + 1$
 $p(3Q+2) = 5Q+1$
 $p = \frac{5Q+1}{3Q+2}$

b $N = 6 - \frac{2}{t+1}$
 $\frac{2}{t+1} = 6 - N$
 $t+1 = \frac{2}{6-N}$
 $t = \frac{2}{6-N} - 1$
 $t = \frac{2}{6-N} - \frac{6-N}{6-N}$
 $t = \frac{2-6+N}{6-N}$
 $t = \frac{N-4}{6-N}$

Dus $a = -4$, $b = -1$ en $c = 6$.

c $\frac{4A}{A+B} = 3-A$
 $A+B = \frac{4A}{3-A}$
 $B = \frac{4A}{3-A} - A$
 $B = \frac{4A}{3-A} - \frac{A(3-A)}{3-A}$
 $B = \frac{4A}{3-A} - \frac{3A-A^2}{3-A}$
 $B = \frac{A^2+A}{3-A}$

d $\frac{3}{v-2} = \frac{5}{b-6}$
 $5 \cdot (v-2) = 3 \cdot (b-6)$
 $5v - 10 = 3b - 18$
 $5v = 3b - 8$
 $v = \frac{3}{5}b - 1\frac{3}{5}$

47 a $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$
 $\frac{1}{a} = \frac{c}{bc} - \frac{b}{bc}$
 $\frac{1}{a} = \frac{c-b}{bc}$
 $a = \frac{bc}{c-b}$

b $y = \frac{15}{\sqrt{2x+5}}$
 $\sqrt{2x+5} = \frac{15}{y}$
 $2x+5 = \left(\frac{15}{y}\right)^2$
 $2x = \frac{225}{y^2} - 5$
 $x = \frac{225}{2y^2} - 2\frac{1}{2}$

c $y = \frac{x^2}{5x^{3,7}}$
 $\frac{x^2}{5x^{3,7}} = y$
 $\frac{1}{5}x^{-1,7} = y$
 $x^{-1,7} = 5y$
 $x = (5y)^{-\frac{1}{1,7}}$
 $x = 5^{-\frac{1}{1,7}} \cdot y^{-\frac{1}{1,7}}$
 $x \approx 0,388y^{-0,588}$
Dus $x = 0,388y^{-0,588}$.

48 a $q = 2p - 3$
 $2p = q + 3$
 $p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}$

b $\left. \begin{aligned} N &= 3p + 4q - 5 \\ p &= \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} N &= 3\left(\frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}\right) + 4q - 5 \\ N &= 1\frac{1}{2}q + 4\frac{1}{2} + 4q - 5 \\ N &= 5\frac{1}{2}q - \frac{1}{2} \end{aligned}$

Bladzijde 74

- 49 a** $r + 8s = 100$
 $r = -8s + 100$
 $T = 3r + 6s + 80$ $\left\{ \begin{array}{l} T = 3(-8s + 100) + 6s + 80 \\ T = -24s + 300 + 6s + 80 \\ T = -18s + 380 \end{array} \right.$
- b** $5a - 8b = 160$
 $-8b = -5a + 160$
 $b = \frac{5}{8}a - 20$
 $C = 2a - 3b + 64$ $\left\{ \begin{array}{l} C = 2a - 3(\frac{5}{8}a - 20) + 64 \\ C = 2a - 1\frac{7}{8}a + 60 + 64 \\ C = \frac{1}{8}a + 124 \end{array} \right.$
- 50 a** $3m + 5n = 12$
 $5n = -3m + 12$
 $n = -\frac{3}{5}m + 2\frac{2}{5}$
 $Q = 5m - n + 125$ $\left\{ \begin{array}{l} Q = 5m - (-\frac{3}{5}m + 2\frac{2}{5}) + 125 \\ Q = 5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5} \end{array} \right.$
- b** $5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5} = 201$
 $5\frac{3}{5}m = 78\frac{2}{5}$
 $m = 14$
 $m = 14$ geeft $n = 2\frac{2}{5} - \frac{3}{5} \cdot 14 = -6$
Dus $m = 14$ en $n = -6$.

Bladzijde 75

- 51 a** $t = -\frac{1}{3}p + 3\frac{2}{3}$
 $\frac{1}{3}p = -t + 3\frac{2}{3}$
 $p = -3t + 11$
 $A = 2t + 5p + 9$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 2t + 5(-3t + 11) + 9 \\ A = 2t - 15t + 55 + 9 \\ A = -13t + 64 \end{array} \right.$
Dus $a = -13$ en $b = 64$.
- b** $3x - 2y = 6$
 $-2y = -3x + 6$
 $y = 1,5x - 3$
 $B = 5xy + 20$ $\left\{ \begin{array}{l} B = 5x(1,5x - 3) + 20 \\ B = 7,5x^2 - 15x + 20 \end{array} \right.$
Dus $a = 7,5$, $b = -15$ en $c = 20$.

- 52 a** $N = \frac{5x}{8}(16(2x - 1) - 4\frac{4}{5}(6x - 1))$
 $N = \frac{5x}{8}(32x - 16 - 28\frac{4}{5}x + 4\frac{4}{5})$
 $N = \frac{5x}{8}(3\frac{1}{5}x - 11\frac{1}{5})$
 $N = \frac{5x(3\frac{1}{5}x - 11\frac{1}{5})}{8}$
 $N = \frac{16x^2 - 56x}{8}$
 $N = 2x^2 - 7x$
Dus $a = 2$ en $b = -7$.

- b** $xy = 2$ geeft $y = \frac{2}{x}$
 $P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 2}{2 \cdot \frac{2}{x}}$
 $P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\frac{4}{x^2} + 2}{\frac{4}{x}}$
 $P = \frac{6x^2 - 2}{x} + \frac{4 + 2x^2}{4x}$
 $P = 6x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x$
 $P = 6,5x - \frac{1}{x}$
Dus $a = 6,5$ en $b = -1$.

53 a $x = 20$ geeft $K = \frac{1200}{20} + 2,5\sqrt{20} + 30 = 101,180\dots$

$x = 40$ geeft $K = \frac{1200}{40} + 2,5\sqrt{40} + 30 = 75,811\dots$

De relatieve verandering is $\frac{75,811\dots - 101,180\dots}{101,180\dots} \times 100\% \approx -25,1\%$.

Dus afname met 25,1%.

b Voer in $y_1 = \frac{1200}{x} + 2,5\sqrt{x} + 30$.

De optie minimum geeft $x \approx 97$ en $y \approx 67$.

Dus bij 97 km² per deelgebied zijn de kosten minimaal.

c $n = \frac{6000}{x}$

$x = \frac{6000}{n}$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{6000}{n} \\ K &= \frac{1200}{x} + 2,5\sqrt{x} + 30 \end{aligned} \right\} K = \frac{1200}{\left(\frac{6000}{n}\right)} + 2,5\sqrt{\frac{6000}{n}} + 30$$

$$K = 1200 \cdot \frac{n}{6000} + 2,5 \cdot \frac{\sqrt{6000}}{\sqrt{n}} + 30$$

$$K = 0,2n + \frac{193,649\dots}{\sqrt{n}} + 30$$

$$K \approx 0,2n + \frac{194}{\sqrt{n}} + 30$$

Dus $a = 0,2$ en $b = 194$.

13.4 Omvormen van formules met exponenten en logaritmen

Bladzijde 77

54 $\log(N) = 2t - 3$

$2t = \log(N) + 3$

$t = \frac{1}{2} \cdot \log(N) + 1\frac{1}{2}$

55 a $\log(P) = 4q + 5$

$4q = \log(P) - 5$

$q = \frac{1}{4} \cdot \log(P) - 1\frac{1}{4}$

b $N = 5 \cdot \log(t) - 4$

$5 \cdot \log(t) = N + 4$

$\log(t) = \frac{1}{5}N + \frac{4}{5}$

$t = 10^{\frac{1}{5}N + \frac{4}{5}}$

$t = 10^{\frac{1}{5}N} \cdot 10^{\frac{4}{5}}$

$t = 10^{\frac{4}{5}} \cdot (10^{\frac{1}{5}})^N$

$t \approx 6,3 \cdot 1,585^N$

Dus $t = 6,3 \cdot 1,585^N$.

c $N = 20 \cdot 1,75^t$

$1,75^t = 0,05N$

$\log(1,75^t) = \log(0,05N)$

$t \cdot \log(1,75) = \log(0,05N)$

$t = \frac{1}{\log(1,75)} \cdot \log(0,05N)$

$t \approx 4,1 \cdot \log(0,05N)$

Dus $t = 4,1 \cdot \log(0,05N)$.

Bladzijde 78

- 56 a** $t = 6,25 \cdot \log(Q) - 15$
 $6,25 \cdot \log(Q) = t + 15$
 $\log(Q) = 0,16t + 2,4$
 $Q = 10^{0,16t + 2,4}$
 $Q = 10^{0,16t} \cdot 10^{2,4}$
 $Q = 10^{2,4} \cdot (10^{0,16})^t$
 $Q \approx 251 \cdot 1,445^t$
Dus $Q = 251 \cdot 1,445^t$.
- b** $F = 1,5 \cdot \ln(2t) - 2$
 $1,5 \cdot \ln(2t) = F + 2$
 $\ln(2t) = \frac{2}{3}F + 1\frac{1}{3}$
 $2t = e^{\frac{2}{3}F + 1\frac{1}{3}}$
 $t = \frac{1}{2}e^{\frac{2}{3}F} \cdot e^{1\frac{1}{3}}$
 $t = \frac{1}{2}e^{1\frac{1}{3}} \cdot (e^{\frac{2}{3}})^F$
 $t \approx 1,90 \cdot 1,948^F$
Dus $t = 1,90 \cdot 1,948^F$.
- c** $N = 160e^{0,12t-3}$
 $e^{0,12t-3} = 0,00625N$
 $0,12t - 3 = \ln(0,00625N)$
 $0,12t = 3 + \ln(0,00625N)$
 $t \approx 25 + 8,3 \cdot \ln(0,00625N)$
Dus $t = 25 + 8,3 \cdot \ln(0,00625N)$.
- 57 a** Op het moment dat Stijn het pak melk uit de koelkast haalt, geldt $t = 0$ en $T = 5$.
 $25 - k \cdot \log(20 - 5) = 0$
 $k \cdot \log(15) = 25$
 $k = \frac{25}{\log(15)} \approx 21,26$
- b** 45 seconden, dus $t = 0,75$.
 $25 - 21 \cdot \log(20 - T) = 0,75$
 $21 \cdot \log(20 - T) = 24,25$
 $\log(20 - T) = \frac{24,25}{21} = 1,15\dots$
 $20 - T = 10^{1,15\dots}$
 $T = 20 - 10^{1,15\dots} \approx 5,7$
De temperatuur is ongeveer $5,7^\circ\text{C}$.
Opmerking: de vergelijking $25 - 21 \cdot \log(20 - T) = 0,75$ mag ook grafisch-numeriek worden opgelost.
- c** $t = 25 - 21 \cdot \log(20 - T)$
 $21 \cdot \log(20 - T) = -t + 25$
 $\log(20 - T) = -\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}$
 $20 - T = 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
 $-T = -20 + 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
 $T = 20 - 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot 10^{-\frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot (10^{-\frac{1}{21}})^t$
 $T \approx 20 - 15,5 \cdot 0,896^t$
 $T = 20 - 15,5 \cdot 0,896^t$, dus $a = 20$, $b = -15,5$ en $g = 0,896$.

58 a Voor de personenauto is $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{90}{80}\right) \approx 76,49$.

Voor de vrachtauto is $L = 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{90}{70}\right) \approx 85,99$.

Het geluidsniveau van een vrachtauto is $\frac{85,99 - 76,49}{76,49} \times 100\% \approx 12,4\%$ hoger.

b $L = 82$ geeft $74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 82$

$$33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 7,2$$

$$\log\left(\frac{v}{80}\right) = 0,218\dots$$

$$\frac{v}{80} = 10^{0,218\dots}$$

$$v = 80 \cdot 10^{0,218\dots} \approx 132$$

De snelheid is 132 km/uur.

Opmerking: de vergelijking $74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 82$ mag ook grafisch-numeriek worden opgelost.

c $L = 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right)$

$$22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) = L - 83,5$$

$$\log\left(\frac{v}{70}\right) = \frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8}$$

$$\frac{v}{70} = 10^{\frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8}}$$

$$v = 70 \cdot 10^{\frac{83,5}{22,8}} \cdot (10^{\frac{1}{22,8}})^L$$

$$v \approx 0,015 \cdot 1,106^L$$

$$\text{Dus } v = 0,015 \cdot 1,106^L.$$

Bladzijde 79

59 a $G = 150$ en $S = 140$ geeft $125 \cdot \ln(150 + b) + c = 140$, dus $c = 140 - 125 \cdot \ln(150 + b)$.

$G = 200$ en $S = 163$ geeft $125 \cdot \ln(200 + b) + c = 163$, dus $c = 163 - 125 \cdot \ln(200 + b)$.

Hieruit volgt $140 - 125 \cdot \ln(150 + b) = 163 - 125 \cdot \ln(200 + b)$

$$125 \cdot \ln(200 + b) - 125 \cdot \ln(150 + b) = 23$$

$$125 \cdot (\ln(200 + b) - \ln(150 + b)) = 23$$

$$125 \cdot \ln\left(\frac{200 + b}{150 + b}\right) = 23$$

b Voer in $y_1 = 125 \cdot \ln\left(\frac{200 + x}{150 + x}\right)$ en $y_2 = 23$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 97,5$.

$$\text{Dus } b = 97,5.$$

c Bij $G = 150$ hoort $S = 140$.

Los op $125 \cdot \ln(150 + 98) + c = 140$.

$$c = 140 - 125 \cdot \ln(248) \approx -549$$

$$\text{Dus } c = -549.$$

d $G = 185$ geeft $S = 125 \cdot \ln(185 + 98) - 550 \approx 156$.

Dus de schouderhoogte is 156 cm.

e $S = 125 \cdot \ln(G + 98) - 550$

$$125 \cdot \ln(G + 98) = S + 550$$

$$\ln(G + 98) = 0,008S + 4,4$$

$$G + 98 = e^{0,008S + 4,4}$$

$$G = e^{0,008S + 4,4} - 98$$

$$G = e^{0,008S} \cdot e^{4,4} - 98$$

$$G \approx 81,45 \cdot e^{0,008S} - 98$$

$$G = 81,45 \cdot e^{0,008S} - 98, \text{ dus } a = 81,45, p = 0,008 \text{ en } q = -98.$$

f $S = 225$ geeft $G = 81,45 \cdot e^{0,008 \cdot 225} - 98 \approx 395$.

Dus de spanwijdte is 395 cm.

60 Gebruik van $g^y = x$ geeft ${}^g\log(x) = y$ bij $e^c = 1,85$ geeft $c = \ln(1,85) \approx 0,615$.

Bladzijde 80

- 61 a** $2^c = 1,18$ geeft $c = {}^2\log(1,18) \approx 0,239$, dus de formule is $N = 250 \cdot 2^{0,239t}$.
- b** $g = e^{0,62} \approx 1,859$, dus de formule is $N = \frac{575}{1 + 12 \cdot 1,859^t}$.
- c** $N = 60 + 14 \cdot {}^2\log(t) = 60 + 14 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(2)} = 60 + \frac{14}{\ln(2)} \cdot \ln(t) \approx 60 + 20,2 \cdot \ln(t)$
 Dus de formule is $N = 60 + 20,2 \cdot \ln(t)$.
- d** $N = 16,65 + 2,5 \cdot \ln(3t) = 16,65 + 2,5 \cdot \frac{\log(3t)}{\log(e)} = 16,65 + \frac{2,5}{\log(e)} \cdot \log(3t)$
 $= 16,65 + \frac{2,5}{\log(e)} \cdot (\log(3) + \log(t)) = 16,65 + \frac{2,5 \cdot \log(3)}{\log(e)} + \frac{2,5}{\log(e)} \cdot \log(t)$
 $\approx 19,40 + 5,76 \cdot \log(t)$
 Dus de formule is $N = 19,40 + 5,76 \cdot \log(t)$.

Bladzijde 81

- 62 a** $10^c = e^{0,15}$ geeft $c = \log(e^{0,15}) \approx 0,065$, dus de formule is $N = 18,6 \cdot 10^{0,065t}$.
- b** $N = 1,68 + 1,25 \cdot {}^2\log(5t) = 1,68 + 1,25 \cdot \frac{\ln(5t)}{\ln(2)} = 1,68 + 1,25 \cdot \frac{\ln(5) + \ln(t)}{\ln(2)}$
 $= 1,68 + 1,25 \cdot \left(\frac{\ln(5)}{\ln(2)} + \frac{\ln(t)}{\ln(2)} \right)$
 $= 1,68 + 1,25 \cdot \frac{\ln(5)}{\ln(2)} + \frac{1,25}{\ln(2)} \cdot \ln(t) \approx 4,58 + 1,80 \cdot \ln(t)$
 Dus de formule is $N = 4,58 + 1,80 \cdot \ln(t)$.
- c** $N = 550 \cdot 2^{1,5-t} = 550 \cdot 2^{1,5} \cdot 2^{-t} \approx 1556 \cdot 2^{-t}$
 $e^c = 2^{-1}$ geeft $c = \ln(2^{-1}) \approx -0,69$
 Dus de formule is $N = 1556 \cdot e^{-0,69t}$.
- 63 a** $h = 130$ geeft $W = 2,4 \cdot 1,0186^{130} \approx 26$.
 Dus Robert weegt 26 kg.
- b** Los op $2,4 \cdot 1,0186^h = 23,5$.
 Voer in $y_1 = 2,4 \cdot 1,0186^x$ en $y_2 = 23,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 123,8$.
 Dus de lengte van Chantal is 124 cm.
- c** $e^c = 1,0186$ geeft $c = \ln(1,0186) \approx 0,0184$, dus de formule is $W = 2,4 \cdot e^{0,0184h}$.

- 64 a** $\log(N) = t + 2$
 $N = 10^{t+2}$
 $N = 10^t \cdot 10^2$
 $N = 100 \cdot 10^t$
- b** $N = 500 \cdot 1,26^t$
 $\log(N) = \log(500 \cdot 1,26^t)$
 $\log(N) = \log(500) + \log(1,26^t)$
 $\log(N) = t \cdot \log(1,26) + \log(500)$
 $\log(N) \approx 0,1t + 2,7$
 Dus $a = 0,1$ en $b = 2,7$.

Bladzijde 82

65 a $\log(N) = 0,14t + 2,17$

$$N = 10^{0,14t + 2,17}$$

$$N = 10^{0,14t} \cdot 10^{2,17}$$

$$N = 10^{2,17} \cdot (10^{0,14})^t$$

$$N \approx 148 \cdot 1,380^t$$

$$\text{Dus } N = 148 \cdot 1,380^t.$$

b $\ln(0,4N) = 0,45t + 5,16$

$$0,4N = e^{0,45t + 5,16}$$

$$N = 2,5 \cdot e^{0,45t} \cdot e^{5,16}$$

$$N = 2,5 \cdot e^{5,16} \cdot (e^{0,45})^t$$

$$N \approx 435 \cdot 1,568^t$$

$$\text{Dus } N = 435 \cdot 1,568^t.$$

c ${}^2\log(N) = 1,3t + 2,4$

$$N = 2^{1,3t + 2,4}$$

$$N = 2^{1,3t} \cdot 2^{2,4}$$

$$N = 2^{2,4} \cdot (2^{1,3})^t$$

$$N \approx 5 \cdot 2,462^t$$

$$\text{Dus } N = 5 \cdot 2,462^t.$$

d $t = 5 \cdot \log(N) - 8,82$

$$5 \cdot \log(N) = t + 8,82$$

$$\log(N) = 0,2t + 1,764$$

$$N = 10^{0,2t + 1,764}$$

$$N = 10^{0,2t} \cdot 10^{1,764}$$

$$N = 10^{1,764} \cdot (10^{0,2})^t$$

$$N \approx 58 \cdot 1,585^t$$

$$\text{Dus } N = 58 \cdot 1,585^t.$$

66 a $N = 150 \cdot 1,88^t$

$$\log(N) = \log(150 \cdot 1,88^t)$$

$$\log(N) = \log(150) + \log(1,88^t)$$

$$\log(N) = t \cdot \log(1,88) + \log(150)$$

$$\log(N) \approx 0,274t + 2,18$$

$$\text{Dus } \log(N) = 0,274t + 2,18.$$

b $N = 280 \cdot e^{0,15t}$

$$\log(N) = \log(280 \cdot e^{0,15t})$$

$$\log(N) = \log(280) + \log(e^{0,15t})$$

$$\log(N) = 0,15t \cdot \log(e) + \log(280)$$

$$\log(N) \approx 0,065t + 2,45$$

$$\text{Dus } \log(N) = 0,065t + 2,45.$$

c $N = 85 \cdot e^{0,235t - 2}$

$$\ln(N) = \ln(85 \cdot e^{0,235t - 2})$$

$$\ln(N) = \ln(85) + \ln(e^{0,235t - 2})$$

$$\ln(N) = \ln(85) + 0,235t - 2$$

$$\ln(N) \approx 0,235t + 2,44$$

$$\text{Dus } \ln(N) = 0,235t + 2,44.$$

d $N = 400 \cdot 10^{0,3t - 1}$

$$\ln(N) = \ln(400 \cdot 10^{0,3t - 1})$$

$$\ln(N) = \ln(400) + \ln(10^{0,3t - 1})$$

$$\ln(N) = \ln(400) + (0,3t - 1) \cdot \ln(10)$$

$$\ln(N) = \ln(400) + 0,3t \cdot \ln(10) - \ln(10)$$

$$\ln(N) \approx 0,691t + 3,69$$

$$\text{Dus } \ln(N) = 0,691t + 3,69.$$

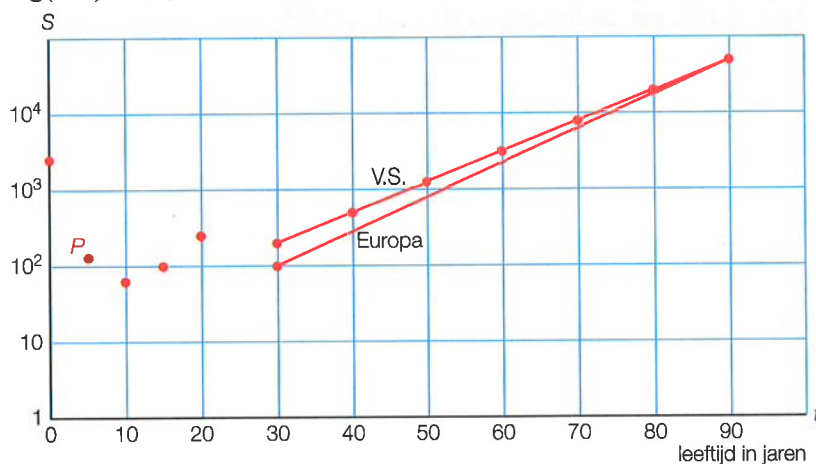
Bladzijde 83

67 a Bij $l = 20$ hoort $s = 10^{2 + 0,4} = 10^{2,4} \approx 251$, dus 251 sterfgevallen per 100 000 inwoners.

b Bij $l = 0$ hoort $s = 10^{3 + 0,4} = 10^{3,4} \approx 2512$.

$$\frac{2512}{100\,000} \times 100\% \approx 2,5\% \text{ van de pasgeboren baby's sterft binnen een jaar.}$$

c $\log(126) \approx 2,1$, dus $10^{2,1} \approx 126$. De coördinaten van P zijn $P(5, 10^{2,1})$. Zie de figuur.



d $s = 12\,600$ geeft $0,040l + 1,10 = \log(12\,600)$

$$0,040l = 3,00\dots$$

$$l \approx 75$$

Dus bij een leeftijd van ongeveer 75 jaar zijn er 12 600 sterfgevallen per 100 000 inwoners.

- e** $\log(s) = 0,040l + 1,10$
 $s = 10^{0,040l + 1,10}$
 $s = 10^{1,10} \cdot 10^{0,040l}$
 $s = 10^{1,10} \cdot (10^{0,040})^l$
 $s \approx 12,6 \cdot 1,096^l$
Dus $s = 12,6 \cdot 1,096^l$.
- f** Bij $l = 30$ hoort $s = 107 \approx 10^{2,03}$ en bij $l = 90$ hoort $s = 53\,098 \approx 10^{4,73}$.
Gebruik deze waarden van l en s om de lijn te tekenen. Zie de figuur bij vraag c.
- g** $s = 4,8 \cdot 1,109^l$
 $\log(s) = \log(4,8 \cdot 1,109^l)$
 $\log(s) = \log(4,8) + \log(1,109^l)$
 $\log(s) = l \cdot \log(1,109) + \log(4,8)$
 $\log(s) \approx 0,045l + 0,68$
Dus $\log(s) = 0,045l + 0,68$.
- h** Er geldt dan $12,6 \cdot 1,096^l = 4,8 \cdot 1,109^l$.
Voer in $y_1 = 12,6 \cdot 1,096^x$ en $y_2 = 4,8 \cdot 1,109^x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 81,8$.
Dus bij een leeftijd van ongeveer 82 jaar.

Bladzijde 84

- 68 a** $\log(P) = 2 \cdot \log(Q) + 3$
 $\log(P) = \log(Q^2) + \log(10^3)$
 $\log(P) = \log(Q^2 \cdot 10^3)$
 $P = 10^3 \cdot Q^2$
 $P = 1000Q^2$
- b** $A = 100B^{1,4}$
 $\log(A) = \log(100B^{1,4})$
 $\log(A) = \log(100) + \log(B^{1,4})$
 $\log(A) = \log(100) + 1,4 \cdot \log(B)$
 $\log(A) = 1,4 \cdot \log(B) + 2$

- 69** $\log(N) = 2,35 + 3,6 \cdot \log(t)$
 $N = 10^{2,35 + 3,6 \cdot \log(t)}$
 $N = 10^{2,35} \cdot 10^{3,6 \cdot \log(t)}$
 $N = 10^{2,35} \cdot (10^{\log(t)})^{3,6}$
 $N = 10^{2,35} \cdot t^{3,6}$
 $N \approx 224 \cdot t^{3,6}$
Je krijgt dan ook $N = 224t^{3,6}$.
*

Bladzijde 85

- 70 a** $N = 67M^{1,2}$
 $\ln(N) = \ln(67M^{1,2})$
 $\ln(N) = \ln(67) + \ln(M^{1,2})$
 $\ln(N) = \ln(67) + 1,2 \cdot \ln(M)$
 $\ln(N) \approx 4,2 + 1,2 \cdot \ln(M)$
Dus $\ln(N) = 4,2 + 1,2 \cdot \ln(M)$.
- b** $K = \frac{120}{L^{0,16}}$
 $\log(K) = \log\left(\frac{120}{L^{0,16}}\right)$
 $\log(K) = \log(120) - \log(L^{0,16})$
 $\log(K) = \log(120) - 0,16 \cdot \log(L)$
 $\log(K) \approx 2,08 - 0,16 \cdot \log(L)$
Dus $\log(K) = 2,08 - 0,16 \cdot \log(L)$.
- c** $\ln(A) = 5,5 + 4,5 \cdot \ln(B)$
 $\ln(A) = \ln(e^{5,5}) + \ln(B^{4,5})$
 $\ln(A) = \ln(e^{5,5} \cdot B^{4,5})$
 $A = e^{5,5} \cdot B^{4,5}$
 $A \approx 245B^{4,5}$
Dus $A = 245B^{4,5}$.
- d** ${}^2\log(P) - 6,4 \cdot {}^2\log(Q) = 5,12$
 ${}^2\log(P) - {}^2\log(Q^{6,4}) = {}^2\log(2^{5,12})$
 ${}^2\log(P) = {}^2\log(2^{5,12}) + {}^2\log(Q^{6,4})$
 ${}^2\log(P) = {}^2\log(2^{5,12} \cdot Q^{6,4})$
 $P = 2^{5,12} \cdot Q^{6,4}$
 $P \approx 34,8Q^{6,4}$
Dus $P = 34,8Q^{6,4}$.

- 71 a** $G = 20$ en $S = 30$ geeft $\ln(30) = a + b \cdot \ln(20)$, dus $a = \ln(30) - b \cdot \ln(20)$.
 $G = 100$ en $S = 80$ geeft $\ln(80) = a + b \cdot \ln(100)$, dus $a = \ln(80) - b \cdot \ln(100)$.
 Hieruit volgt $\ln(30) - b \cdot \ln(20) = \ln(80) - b \cdot \ln(100)$
 $b \cdot \ln(100) - b \cdot \ln(20) = \ln(80) - \ln(30)$
 $b \cdot \ln\left(\frac{100}{20}\right) = \ln\left(\frac{80}{30}\right)$
 $b \cdot \ln(5) = \ln\left(2\frac{2}{3}\right)$
 $b = \frac{\ln(2\frac{2}{3})}{\ln(5)} \approx 0,6094$
- b** $G = 20$ en $S = 30$ geeft $\ln(30) = a + 0,609 \cdot \ln(20)$.
 Dus $a = \ln(30) - 0,609 \cdot \ln(20) \approx 1,58$.
- c** 320 cm is $\frac{320}{2,54} \approx 126,0 \text{ inch}$.
 $\ln(S) = 1,6 + 0,61 \cdot \ln(126)$
 $S = e^{1,6 + 0,61 \cdot \ln(126)} \approx 94,6$
 $94,6 \text{ inch}$ is $94,6 \cdot 2,54 \approx 240 \text{ cm}$.
 Dus een schouderhoogte van 240 cm .
 Opmerking: de vergelijking $\ln(S) = 1,6 + 0,61 \cdot \ln(126)$ mag ook grafisch-numeriek worden opgelost.
- d** 200 cm is $\frac{200}{2,54} \approx 78,7 \text{ inch}$.
 $S = 78,7$ geeft $\ln(78,7) = 1,6 + 0,61 \cdot \ln(G)$.
 $0,61 \cdot \ln(G) = \ln(78,7) - 1,6$
 $\ln(G) = \frac{\ln(78,7) - 1,6}{0,61} = 4,53\dots$
 $G = e^{4,53\dots} \approx 93,1$
 $93,1 \text{ inch}$ is $93,1 \cdot 2,54 \approx 236 \text{ cm}$.
 Dus een spanwijdte van 236 cm .
 Opmerking: de vergelijking $\ln(78,7) = 1,6 + 0,61 \cdot \ln(G)$ mag ook grafisch-numeriek worden opgelost.
- e** $\ln(S) = 1,6 + 0,61 \cdot \ln(G)$
 $\ln(S) = \ln(e^{1,6}) + \ln(G^{0,61})$
 $\ln(S) = \ln(e^{1,6} \cdot G^{0,61})$
 $S = e^{1,6} \cdot G^{0,61}$
 $S \approx 4,95 G^{0,61}$
 Dus $S = 4,95 G^{0,61}$.
- f** $S = \frac{s}{2,54}$ en $G = \frac{g}{2,54}$ invullen bij $S = 4,95 G^{0,61}$ geeft $\frac{s}{2,54} = 4,95 \left(\frac{g}{2,54}\right)^{0,61}$
 $\frac{s}{2,54} = 4,95 \cdot \frac{g^{0,61}}{2,54^{0,61}}$
 $\frac{s}{2,54} = 4,95 \cdot \frac{1}{2,54^{0,61}} \cdot g^{0,61}$
 $s = 2,54 \cdot 4,95 \cdot \frac{1}{2,54^{0,61}} \cdot g^{0,61}$
 $s \approx 7,12 \cdot g^{0,61}$
 Dus $a = 7,12$.

Diagnostische toets

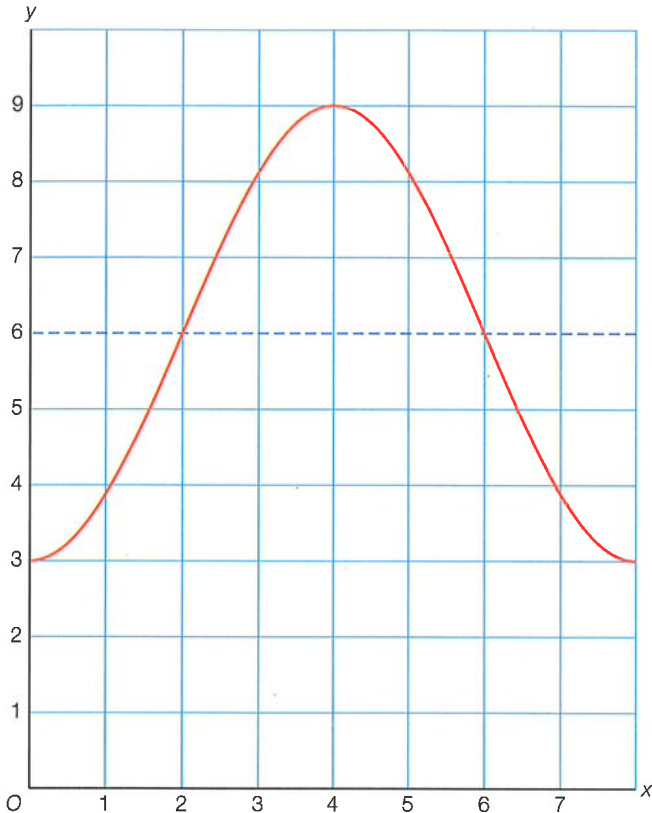
Bladzijde 88

- 1 a** periode = $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$, evenwichtsstand = 4 en amplitude = 5
- b** periode = $\frac{2\pi}{\pi} = 2$, evenwichtsstand = 8 en amplitude = 12
- c** periode = $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}\pi} = 6$, evenwichtsstand = 75 en amplitude = 25

2 periode = 30, evenwichtsstand = $\frac{10 + -30}{2} = -10$ en amplitude = $10 - -10 = 20$

3 evenwichtsstand = 6
 amplitude = 3
 periode = $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}\pi} = 8$

grafiek gaat stijgend door (2, 6)



4 $N = a + b \sin(c(t - d))$

$$a = \frac{30 + -10}{2} = 10$$

$$b = 30 - 10 = 20$$

De periode is $30 - 5 = 25$, dus $c = \frac{2\pi}{25}$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij $t = 5$, dus $d = 5$.

Dus $N = 10 + 20 \sin(\frac{2}{25}\pi(t - 5))$.

5 a $y_{\max} = 12,5 + 6,5 = 19$

De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{9}\pi} = 9$.

y is maximaal voor $x = 2 + \frac{1}{4} \cdot 9 = 4,25$.

b $y_{\min} = 12,5 - 6,5 = 6$

y is minimaal voor $x = 2 + \frac{3}{4} \cdot 9 = 8,75$.

c $x = 0$ geeft $y \approx 6,10$

d De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat.

Dat is bij $x = 2$.

Voer in $y_1 = 12,5 + 6,5 \sin(\frac{2}{9}\pi(x - 2))$.

De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} \approx 4,54$.

6 a $T = a + b \sin(c(t - d))$

$$a = \frac{10 + 28}{2} = 19$$

$$b = 28 - 19 = 9$$

$$\text{periode} = 12, \text{ dus } c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$$

Stijgend door de evenwichtsstand 3 maanden na 15 januari, dus $d = 3\frac{1}{2}$.

b Voer in $y_1 = 19 + 9 \sin(\frac{1}{6}\pi(x - 3\frac{1}{2}))$ en $y_2 = 25$.

De optie snijpunt geeft $x = 4,89\dots$ en $x = 8,10\dots$

Dus gedurende $8,10\dots - 4,89\dots = 3,21\dots$ maanden $= 96,37\dots$ dagen ≈ 96 dagen.

c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3,5} = 4,71\dots$, dus de maximale snelheid is $\frac{4,71\dots}{30} = 0,1570\dots \approx 0,157^\circ\text{C/dag}$.

Bladzijde 89

7 a $y = \frac{25}{2x} \left(3 + \frac{5}{x}\right) = \frac{75}{2x} + \frac{125}{2x^2} = \frac{75x}{2x^2} + \frac{125}{2x^2} = \frac{75x + 125}{2x^2}$

b $H = \frac{120x}{\frac{x}{4y} + 3xy} = \frac{120x \cdot 4y}{\left(\frac{x}{4y} + 3xy\right) \cdot 4y} = \frac{480xy}{x + 12xy^2} = \frac{480y}{1 + 12y^2}$

$$\text{Dus } H = \frac{480y}{1 + 12y^2}.$$

c $P = \frac{3f^2 + 120f + 6}{6f} = \frac{3f^2}{6f} + \frac{120f}{6f} + \frac{6}{6f} = \frac{1}{2}f + 20 + \frac{1}{f}$

8 a $q = \frac{3-p}{2p+1}$

$$q(2p+1) = 3-p$$

$$2pq + q = 3-p$$

$$2pq + p = 3-q$$

$$p(2q+1) = 3-q$$

$$p = \frac{3-q}{2q+1}$$

b $y = 2\sqrt{2x-5}$

$$2\sqrt{2x-5} = y$$

$$\sqrt{2x-5} = \frac{1}{2}y$$

$$2x-5 = \left(\frac{1}{2}y\right)^2$$

$$2x-5 = \frac{1}{4}y^2$$

$$2x = \frac{1}{4}y^2 + 5$$

$$x = \frac{1}{8}y^2 + 2\frac{1}{2}$$

c $\frac{2}{s+3} = \frac{6}{t+2}$

$$6 \cdot (s+3) = 2 \cdot (t+2)$$

$$6s + 18 = 2t + 4$$

$$6s = 2t - 14$$

$$s = \frac{1}{3}t - 2\frac{1}{3}$$

9 a $A = 3s - 4t + 8$
 $s - 2t = 5$ geeft $s = 2t + 5$ } $A = 3(2t + 5) - 4t + 8 = 6t + 15 - 4t + 8 = 2t + 23$

Dus $A = 2t + 23$.

b $y = x - 3$ en $z = 2x + 5$ invullen bij $A = \frac{3x}{2}(12y - 3z)$ geeft

$$A = \frac{3x}{2}(12(x-3) - 3(2x+5))$$

$$A = \frac{3x}{2}(12x - 36 - 6x - 15)$$

$$A = \frac{3x}{2}(6x - 51)$$

$$A = \frac{3x}{2} \cdot 6x - \frac{3x}{2} \cdot 51$$

$$A = 9x^2 - 76\frac{1}{2}x$$

Dus $p = 9$ en $q = -76\frac{1}{2}$.

10 a $N = 2,5 \cdot \log(8t) - 4,2$
 $2,5 \cdot \log(8t) = N + 4,2$
 $\log(8t) = 0,4N + 1,68$
 $8t = 10^{0,4N + 1,68}$
 $t = \frac{1}{8} \cdot 10^{0,4N} \cdot 10^{1,68}$
 $t = \frac{1}{8} \cdot 10^{1,68} \cdot (10^{0,4})^N$
 $t \approx 6,0 \cdot 2,512^N$
 Dus $t = 6,0 \cdot 2,512^N$.

b $N = 50e^{0,4t-2}$
 $e^{0,4t-2} = 0,02N$
 $0,4t - 2 = \ln(0,02N)$
 $0,4t = 2 + \ln(0,02N)$
 $t = 5 + 2,5 \cdot \ln(0,02N)$

11 a $e^c = 1,42$ geeft $c = \ln(1,42) \approx 0,35$, dus de formule is $N = 16 \cdot e^{0,35t}$.
b $N = 55 + 14 \cdot \log(3,5t - 2)$
 $N = 55 + 14 \cdot \frac{\ln(3,5t - 2)}{\ln(10)}$
 $N = 55 + 14 \cdot \frac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(3,5t - 2)$
 $N \approx 55 + 6,1 \cdot \ln(3,5t - 2)$
 Dus $N = 55 + 6,1 \cdot \ln(3,5t - 2)$.

12 a $1,3 \cdot \log(N) = 0,65t + 3,38$
 $\log(N) = 0,5t + 2,6$
 $N = 10^{0,5t + 2,6}$
 $N = 10^{0,5t} \cdot 10^{2,6}$
 $N = 10^{2,6} \cdot (10^{0,5})^t$
 $N \approx 398 \cdot 3,162^t$
 Dus $N = 398 \cdot 3,162^t$.

b $N = 70e^{0,25t-1}$
 $\ln(N) = \ln(70e^{0,25t-1})$
 $\ln(N) = \ln(70) + \ln(e^{0,25t-1})$
 $\ln(N) = \ln(70) + 0,25t - 1$
 $\ln(N) \approx 0,25t + 3,25$
 Dus $\ln(N) = 0,25t + 3,25$.

13 a $N = 350t^{2,84}$
 $\log(N) = \log(350t^{2,84})$
 $\log(N) = \log(350) + \log(t^{2,84})$
 $\log(N) = \log(350) + 2,84 \cdot \log(t)$
 $\log(N) \approx 2,54 + 2,84 \cdot \log(t)$
 Dus $\log(N) = 2,54 + 2,84 \cdot \log(t)$.

b $\ln(N) = 7,6 + 4,58 \cdot \ln(t)$
 $\ln(N) = \ln(e^{7,6}) + \ln(t^{4,58})$
 $\ln(N) = \ln(e^{7,6} \cdot t^{4,58})$
 $N = e^{7,6} \cdot t^{4,58}$
 $N \approx 1998t^{4,58}$
 Dus $N = 1998t^{4,58}$.